

物理BI講義ノート  
-Home Page (印刷版) -

新井一郎

(第1版)

# 目次

<b>第1章</b>	<b>はじめに</b>	<b>7</b>
1.1	五感・物理学・規則	7
1.1.1	寺田寅彦	7
1.1.2	G. バイトソン	7
1.1.3	L. ウィトゲンシュタイン	7
1.2	科学のレッスン	7
1.2.1	繰り返し立ち返る場所	7
1.3	宿題	8
1.3.1	寺田寅彦の随筆について	8
<b>第2章</b>	<b>電荷</b>	<b>9</b>
2.1	電気の発見	9
2.1.1	琥珀の不思議	9
2.1.2	摩擦との関連	9
2.2	摩擦と電気	9
2.2.1	普遍的な現象	9
2.2.2	身近にあるさまざまな事例	9
2.3	電気の本性	10
2.3.1	電気を担うもの	10
2.3.2	物質の構成子と電気	10
2.4	クーロンの法則	10
2.4.1	クーロンによる実験的発見	10
2.4.2	逆2乗法則の謎	10
2.5	宿題	11
2.5.1	1から4の組み合わせの物体を互いに擦り合わせた。どのように帯電するか?	11
2.5.2	1から6の物質の電荷はそれぞれ素電荷 $e$ の何倍か?	11
2.5.3	ベクトル $\mathbf{A}=(1, 1, 1)$ 、 $\mathbf{B}=(1, 0, 2)$ のとき、次の計算をなさい。	12
<b>第3章</b>	<b>電束</b>	<b>13</b>
3.1	遠隔作用と媒達作用	13
3.1.1	作用についての日常的な経験	13
3.1.2	統一的理解「全ての作用は媒達作用」	13
3.1.3	その他の例 -万有引力の場合-	13
3.2	電場	13
3.2.1	場とは?	13
3.2.2	電場の定義	14
3.2.3	点電荷の作る電場	14
3.2.4	電気力線	14

3.3	電束	15
3.3.1	電気力管	15
3.3.2	電束 $d\Psi$	15
3.3.3	点電荷に基づく電束 -求め方-	15
3.3.4	立体角 $\omega$	15
3.4	ガウスの法則	16
3.4.1	物理法則の微分形と積分形 (ニュートン力学の例)	16
3.4.2	クーロンの法則の場合	16
3.4.3	ガウスの法則	16
3.5	宿題	16
3.5.1	クーロンの法則の応用	16
3.5.2	電場ベクトルの計算	17
3.5.3	ガウスの法則の応用	17
3.5.4	ベクトルの演算	17
<b>第4章</b>	<b>電位</b>	<b>19</b>
4.1	保存力の場とポテンシャル	19
4.1.1	保存力の場	19
4.1.2	静電ポテンシャル (電位)	19
4.2	等電位面	19
4.2.1	等電位面	19
4.3	電位と電場	20
4.3.1	電位の意義	20
4.3.2	グラディエント演算子の定義	20
4.3.3	いろいろな座標でのグラディエント演算子	20
4.4	ポアソンの方程式とラプラスの方程式	20
4.4.1	ダイバージェンス演算子 $\text{div}$ と電場 $\mathbf{E}$	20
4.4.2	いろいろな座標でのダイバージェンス演算子	21
4.4.3	ポアソンの方程式	21
4.4.4	いろいろな座標でのポアソンの方程式	21
4.5	宿題	22
4.5.1	電位と電場	22
4.5.2	グラディエント演算子	22
<b>第5章</b>	<b>導体</b>	<b>23</b>
5.1	導体内の電場	23
5.1.1	ミクロとマクロ -二つの視点-	23
5.1.2	平均電荷密度	23
5.1.3	導体内の電場と電荷の移動 (電流)	23
5.2	導体の電位	24
5.2.1	導体の内部 -電流のない場合-	24
5.3	静電誘導	24
5.3.1	導体と誘導電荷	24
5.4	導体で囲まれた空間 $S$ 内の電場	24
5.4.1	電荷のない場合	24
5.4.2	電荷のある場合	24

5.4.3	電気遮蔽	25
5.5	導体上の電荷分布	25
5.5.1	電荷分布 -ガウスの法則からの帰結-	25
5.6	電気力管の両端	25
5.6.1	導体表面と電気力管	25
5.7	導体表面付近の電場	25
5.7.1	導体表面と電場	25
5.8	宿題	26
5.8.1	ガウスの法則の応用	26
<b>第 6 章</b>	<b>導体系 (その 1)</b>	<b>27</b>
6.1	電気鏡像	27
6.1.1	電気鏡像法	27
6.1.2	無限に広い接地導体平面と点電荷+q -解法の例-	27
6.2	点電荷と接地導体球	28
6.2.1	半径 R の接地導体球と点電荷+q	28
6.3	点電荷と絶縁導体球	28
6.3.1	半径 R の絶縁導体球と点電荷+q	28
6.4	導体上の電荷密度	28
6.4.1	定理 1	28
6.4.2	定理 2	29
6.5	コンデンサー	29
6.5.1	二つの導体系の特別な場合	29
6.6	宿題	29
6.6.1	電気鏡像法の応用	29
<b>第 7 章</b>	<b>導体系 (その 2)</b>	<b>31</b>
7.1	平板コンデンサー	31
7.1.1	平行平板コンデンサーの原理	31
7.1.2	過渡現象 -RC 直列回路の例-	31
7.2	球状コンデンサー	32
7.2.1	原理	32
7.3	円筒コンデンサー	33
7.3.1	原理	33
7.4	コンデンサーの連結	34
7.4.1	並列	34
7.4.2	直列	34
7.5	コンデンサーの静電エネルギー	34
7.5.1	平行平板コンデンサーの場合	34
7.6	静電場のエネルギー	35
7.6.1	平行平板コンデンサーの場合	35
7.7	宿題	36
7.7.1	平板コンデンサー	36

<b>第 8 章 誘電体 (その 1)</b>	<b>37</b>
8.1 小体積内の点電荷群	37
8.1.1 原点 O 近傍の点電荷群の作る電場	37
8.2 電気双極子	37
8.2.1 原理	37
8.3 電気四重極	38
8.3.1 原理	38
8.4 分子の極性	39
8.4.1 基本的性質	39
8.5 分極	39
8.5.1 分子集団の分極	39
8.6 分極電荷	39
8.6.1 分極電荷と真電荷	39
8.7 宿題	40
8.7.1 電気双極子モーメント	40
<b>第 9 章 誘電体 (その 2)</b>	<b>41</b>
9.1 誘電体に基づく電場	41
9.1.1 電場内の導体と誘電体	41
9.1.2 電場の関数としての電気分極	41
9.2 電束密度	41
9.2.1 誘電体があるときのガウスの法則	41
9.3 誘電率	42
9.3.1 電場、電気分極、電束密度	42
9.4 帯電体と誘電体	42
9.4.1 導体表面付近が誘電体で満たされている場合	42
9.4.2 その他の性質	43
9.5 誘電体と電気容量	43
9.5.1 平行平板コンデンサーの場合	43
9.6 実用コンデンサー	43
9.6.1 さまざまなタイプの実用コンデンサー	43
9.7 宿題	44
9.7.1 導体、誘電体、コンデンサー	44
<b>第 10 章 定常電流</b>	<b>45</b>
10.1 電流	45
10.1.1 電流の担体	45
10.2 導線を通る定常電流	45
10.2.1 いくつかの特徴	45
10.3 オームの法則	45
10.3.1 コンダクタンス/電気抵抗	45
10.4 電気伝導率	46
10.4.1 体積抵抗率/電気伝導率/電流密度	46
10.5 非直線性抵抗	46
10.5.1 ダイオード素子	46
10.6 電圧降下	46

10.6.1	抵抗と電圧降下	46
10.7	キルヒホッフの法則	47
10.7.1	回路網における保存則	47
10.8	宿題	47
10.8.1	金属の電気伝導	47
10.8.2	抵抗の直列接続と並列接続	47



# 第1章 はじめに

## 1.1 五感・物理学・規則

### 1.1.1 寺田寅彦

1. 物理学者・随筆家・俳人  
夏目漱石の弟子
2. 「感覚と物理学」  
高度な数式を使う物理学も  
人間の五感（視・聴・嗅・味・触）が基礎  
→自然についての知識・経験のもと

トルストイのおとぎ話

-牛乳の「白」を目の見えない人に伝える-

「雪のようだ」	「そんなに冷たいか？」
「白うさぎのようだ」	「そんな毛深く柔らかいのか？」

### 1.1.2 G. ベイトソン

科学とは 宇宙の不思議を考えるため の規則集

1. コミュニケーション論の視点
2. 科学することの根源を探る

### 1.1.3 L. ウィトゲンシュタイン

自分で規則を創ってゆく一種のゲーム

1. 独創的な言語哲学
2. 哲学することの根源を問う

## 1.2 科学のレッスン

### 1.2.1 繰り返し立ち返る場所

1. 身の回りの「不思議」を五感で感じる。

2. 既にある規則で考える。
3. 新しい規則を創る。

## 1.3 宿題

提出フォーム

### 1.3.1 寺田寅彦の随筆について

どれか一編を読み、そこに述べられている「不思議」を考察しなさい。

ヒント：青空文庫版「随筆集1」または「随筆集2」などを参照

## 第2章 電荷

### 2.1 電気の発見

#### 2.1.1 琥珀の不思議

1. 動物の毛皮でこすると特別な状態になる <帯電現象>
2. 歴史 古代ギリシャにさかのぼる  
タレスも知っていたが、理由は分からなかった
3. 類似の現象 <磁気> ¶ 磁石 (古代中国)
4. 科学としての出発 1600年代から

#### 2.1.2 摩擦との関連

1. 1つの考え 「摩擦によってある物質 (電子) が生成」
2.  $\epsilon\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\upsilon\nu$  (ギ: 琥珀) ¶  $electron$  (英: 電気/電子)
3. 2種類の電気 「正電気と負電気」

### 2.2 摩擦と電気

#### 2.2.1 普遍的な現象

1. 摩擦によって正反対に帯電 「一方が正、他方が負」
2. 擦り合わせる物質の性質の違いで正/負が決まる <帯電列> 参照  
¶ 電気の逃げ場がないようにすると、接触するだけでも帯電

#### 2.2.2 身近にあるさまざまな事例

1. 床と靴との摩擦
2. 自動車と大気の摩擦
3. パイプと絶縁性液体/気体の摩擦

¶ 病院の手術室の床や工場のパイプなど  
<導電性を持たせて帯電を防いでいる>

## 2.3 電気の本性

### 2.3.1 電気を担うもの

(a) 2流体説と1流体説（デュフェイ）

「ガラス電気と樹脂電気」

¶ 両者がバランスして電氣的に中性となる

(b) 現在の説 「電子が負電気、陽子または原子核が正電気」

1. 単位はクーロン（C） 「1Aの電流が流れる点を1秒に通る電荷」

¶ MKSA 単位系で、1 C=1 A·s（アンペア × 秒；組み立て単位）

### 2.3.2 物質の構成子と電気

1. 電気は物質の構成子と一体；電気だけ取り出すのは不可能

2. 電荷の謎-その1：電荷の量子化（とびとびの値を持つ）

● 電気素量  $e=1.60210 \times 10^{-19}\text{C}$

● 電荷は電気素量の整数倍  $q=ne$ ;  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

¶ クォークの電荷（分数）×e

3. 電荷の謎-その2：電荷の保存

● フランクリンが提唱した仮説

● 巨視的な物体間でも素粒子反応でも実証

● 運動量の保存やエネルギーの保存に並ぶ普遍法則

## 2.4 クーロンの法則

### 2.4.1 クーロンによる実験的発見

1. 帯電した小球間に働く力（＜電気力＞）を振れ秤で測定

¶ 振れ秤は、ロッドの振れを利用し、微小な力でも精度よく測れる

2. 距離  $r$  についての逆2乗法則

$$F = \kappa \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

3. ニュートン力学が破綻する量子世界でも、クーロンの法則はそのまま

### 2.4.2 逆2乗法則の謎

1. ぴったり逆2乗？

ウィリアムス他の実験（1971）

$$F = \kappa \frac{|q_1||q_2|}{r^{2+\delta}};$$

$$\delta < 2.7 \pm 3.1 \times 10^{-16}$$

¶  $10^{-16}$  の精度で OK!

¶ クーロンによる実験 (1785) の精度は  $4 \times 10^{-2}$  だった

2. 重力の法則との類似

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

3. 現代の場の理論 (ゲージ場理論) で説明

電磁気学のためのベクトル入門 1

## 2.5 宿題

提出フォーム

2.5.1 1 から 4 の組み合わせの物体を互いに擦り合わせた。どのように帯電するか?

1. 琥珀と毛皮
2. ガラス棒と絹の布
3. 鉄の棒とサララップ
4. ビニールタイルの床と革靴

ヒント: 各物質の素材を調べて、それを 帯電列 の上に置いてくらべる

2.5.2 1 から 6 の物質の電荷はそれぞれ素電荷  $e$  の何倍か?

1. u クォーク
2. 電子
3. 陽子
4. 中性子
5. 炭素原子核
6. 炭素原子

ヒント: 理科年表などを参照する

2.5.3 ベクトル  $\mathbf{A}=(1, 1, 1)$ 、 $\mathbf{B}=(1, 0, 2)$  のとき、次の計算をなさい。

1.  $\mathbf{A}+\mathbf{B}$
2.  $2\mathbf{A}$
3.  $\mathbf{B}/2$
4.  $-\mathbf{B}$

ヒント：ベクトル解析の参考書などを参照する

## 第3章 電束

### 3.1 遠隔作用と媒達作用

#### 3.1.1 作用についての日常的な経験

1. 力を及ぼすには何らかの媒介が必要 <媒達作用>  
     ¶ 例えば、糸で引く、棒で押す、風をあてるなど
2. 電気力は反例? <遠隔作用>

OHP - 1 OHP - 2

#### 3.1.2 統一的理解「全ての作用は媒達作用」

1. 空間も媒質となる  
     ¶ 空間 (=真空) 自体の性質
2. 電磁波がその証拠  
     ¶ エーテル (ファラデー、1987年) は存在しない!

OHP - 3

#### 3.1.3 その他の例 -万有引力の場合-

1. ニュートンは媒達作用と考えた (?)
2. アインシュタインは媒達作用と考えた (一般相対性理論)
3. 重力波の存在の有無?  
     ¶ 決定的、しかし、未解決!

## 3.2 電場

### 3.2.1 場とは?

1. 物理量が場所の関数として与えられている空間  
     ¶ 例えば、流速場、重力場など
2. 電気力も場を形成 <電場>

OHP - 4

### 3.2.2 電場の定義

1. 点  $(x, y, z)$  にある試験電荷 (1C) に働く力から求める

$$\mathbf{F}_{Coulomb} \stackrel{\hat{=}1C}{\longrightarrow} \mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

2. ベクトル場    ¶ 大きさと方向を持つ
3. 単位 [N/C]    ¶ 単位電荷あたりに働く力

#### OHP - 5

### 3.2.3 点電荷の作る電場

1. 点電荷+q の作る電場ベクトル

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \left( \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \\ &= \frac{q\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{aligned}$$

¶ クーロンの法則；距離  $r$  にある単位電荷あたりに働く力

2. 重ね合わせの原理

- n 個の電荷の場合  
-ベクトル和-

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i \mathbf{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3}$$

- 連続分布した電荷の場合  
-ベクトルの積分-

$$\mathbf{E} = \int \frac{\rho(x, y, z)\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} d\mathbf{r}$$

#### OHP - 6

### 3.2.4 電気力線

1. 正電荷（始点）から出て負電荷（終点）に向かう曲線
2. 電場ベクトルは電気力線に接する
3. 互いに決して交わらない曲線    ¶ 無数にある
4. 流速場との類似性    <流線>  
¶ 何かの流れをイメージすると理解しやすい

### 3.3 電束

#### 3.3.1 電気力管

1. 仮想的な管 <閉曲面  $s$  を通る電気力線の集まり>
2. 管の中には無数の電気力線が通る
3. 電気力線は管の外には出ない

#### 3.3.2 電束 $d\Psi$

1. 微小面積  $dS$  を通る電気力線の<束>
2.  $d\Psi = \epsilon_0 \times (\text{電場の法線方向への投影}) \times dS$
3.  $\epsilon_0 \times (\text{電場の法線方向への投影})$  の意味  
単位  $[C/m^2]$     ¶ 単位面積あたりの流量に相当

#### 3.3.3 点電荷に基づく電束 -求め方-

1. 1つの電荷の場合  
電場ベクトルを計算し、微小面積  $dS$  を通る電束を求める
2. 多数の電荷の場合 <重ね合わせの原理>  
個別の電荷毎に求めた電束の和をとる
3. 連続に分布した電荷の場合 <重ね合わせの原理>  
各点近傍の微小体積中の電荷による電束を求め、積分する

#### OHP - 7

#### 3.3.4 立体角 $\omega$

1. 半径  $r$  の球面上の面積  $S$  を中心から見たときの広がり
2.  $\omega$  は面積  $S$  と  $r^2$  の比 (単位 [ステラジアン])

$$\omega = \frac{S}{r^2}$$

¶ 全球面の立体角は  $4\pi$  ステラジアン

3. 相似変換しても変わらない量
4. 中心に点電荷  $+q$  があるとき、電束  $d\Psi$  は  $\omega$  に比例

$$d\Psi = \left( \frac{q}{4\pi} \right) \omega$$

### 3.4 ガウスの法則

#### 3.4.1 物理法則の微分形と積分形（ニュートン力学の例）

1. 微分形： 運動方程式  $\mathbf{F}=m\alpha$     ¶ 力=質量×加速度
2. 積分形： 保存則  $\Delta\mathbf{p}=\mathbf{F}\Delta t$     ¶ 運動量の増加=力積
3. 同じ法則の別の表現

#### 3.4.2 クーロンの法則の場合

1. 微分形： ポアソンの方程式
2. 積分形： ガウスの法則

#### 3.4.3 ガウスの法則

1. 閉曲面  $S$  について、

$$\int \epsilon_0(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})dS = \sum q$$

ここで  $\mathbf{n}$  は  $S$  の外向法線

¶ 出て行く電束の総和=内部の電荷の総和

#### OHP - 8

電磁気学のためのベクトル入門2

電磁気学のためのベクトル入門3

### 3.5 宿題

提出フォーム

#### 3.5.1 クーロンの法則の応用

1と2の力をそれぞれ求めなさい。

1. 水素原子中の電子と陽子の引き合う力  
ヒント：電子の軌道は半径  $0.53 \times 10^{-10}\text{m}$  の陽子を中心にした円としなさい
2. NaCl分子中の  $\text{Na}^+$  と  $\text{Cl}^-$  が引き合う力  
ヒント： $\text{Na}^+$  と  $\text{Cl}^-$  と  $\text{Cl}^-$  の距離は  $2.4 \times 10^{-10}\text{m}$  としなさい

### 3.5.2 電場ベクトルの計算

前問の結果を使って、1と2の位置での電場ベクトルをそれぞれ求めなさい

1. 水素原子中の電子の位置
2. NaCl 分子中の  $\text{Na}^+$  の位置

### 3.5.3 ガウスの法則の応用

点 O を中心とする半径 R の球面に電荷が一様に分布している。球面上の全電荷は Q である。

1. 点 O を中心とする半径  $r$  ( $>R$ ) の球面を考える。球面上の点 P における電場ベクトルを  $\mathbf{E}$ 、球面の微小面積素片を  $dS$  として、ガウスの法則を書きなさい。  
ヒント：点 P における、球面の法線ベクトルは  $\mathbf{r}/r$  となる。
2. 電場ベクトル  $\mathbf{E}$  を求めなさい。  
ヒント：電荷分布が点 O に関して球対称なので、電場ベクトル  $\mathbf{E}$  は球面の法線方向を向き、距離  $r$  だけの関数となる。
3.  $r < R$  の点 P' での電場ベクトル  $\mathbf{E}'$  を求めなさい。  
ヒント：同様に、点 O を中心とする半径  $r$  ( $<R$ ) の球面についてガウスの法則を応用する。ただし、内部の全電荷はゼロ。

### 3.5.4 ベクトルの演算

ベクトル  $\mathbf{A}=(1, 1, 1)$ 、 $\mathbf{B}=(1, 0, 2)$  について、次の計算をきなさい。

1.  $\mathbf{A}$  と  $\mathbf{B}$  のスカラー積
2. 起点を重ねたときの  $\mathbf{A}$  と  $\mathbf{B}$  の角度の余弦 (コサイン)

ヒント：ベクトル解析の参考書などを参照する



## 第4章 電位

### 4.1 保存力の場合とポテンシャル

#### 4.1.1 保存力の場合

1. 電場は保存力の場合  $\Downarrow$  重力と同様
2. 電荷+q が点i から f に移動するとき、受ける仕事  $W_{if}$  は経路によらない  
 $\Downarrow$  ポテンシャルが存在する条件
3. 点P のポテンシャル  $V = -W_{AP}/q$   
 $\Downarrow$  基準点 A
4. とくに、 $W_{PP} = 0$   
 $\Downarrow$  閉曲線線を一周しても場から受ける仕事はゼロ

OHP - 1

#### 4.1.2 静電ポテンシャル（電位）

1. 電位の計算 <経路積分>
2. 点電荷の作る電位が基本

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

3. 点電荷の集まりによる電位 <重ね合わせの原理>

$$V(r) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

### 4.2 等電位面

#### 4.2.1 等電位面

1. 電位の等しい点の集まり <一つの曲面>  
 $\Downarrow$  地図の場合の等高線に相当；2次元では曲線
2. 電気力線と直交
3. 電場の向き <電位勾配が最も急な方向>

OHP - 2

## 4.3 電位と電場

### 4.3.1 電位の意義

1. 幾何学的なイメージ <ランドスケープ>
2. 電位勾配 <電場ベクトル> (大きさと方向)
3. 数学的形式化 <グラディエント演算子>
4.  $\mathbf{E} = -\text{grad} V$

#### OHP - 3

### 4.3.2 グラディエント演算子の定義

1. 座標軸 デカルト座標/極座標/円筒座標
2. 各座標軸に沿った傾き  $\text{grad} = (\text{grad}_i, \text{grad}_j, \text{grad}_k)$

#### OHP - 4

### 4.3.3 いろいろな座標でのグラディエント演算子

1. デカルト座標

$$\text{grad}V(x, y, z) = \left( \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \right)$$

2. 極座標

$$\text{grad}V(r, \theta, \phi) = \left( \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \phi} \right)$$

3. 円筒座標

$$\text{grad}V(r, \theta, z) = \left( \frac{\partial V(r, \theta, z)}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \theta, z)}{\partial \theta}, \frac{\partial V(r, \theta, z)}{\partial z} \right)$$

#### OHP - 5 OHP - 6 OHP - 7

## 4.4 ポアソンの方程式とラプラスの方程式

### 4.4.1 ダイバージェンス演算子 div と電場 E

1. ガウスの法則の別の表現 <微分形>
2. ガウスの定理の数学的帰結  $\epsilon_0 \text{div} \mathbf{E} = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$
3. 場のミクロな性質を表現  
 ¶ ガウスの法則はマクロな性質を表現

#### OHP - 8

## 4.4.2 いろいろな座標でのダイバージェンス演算子

## 1. デカルト座標

$$\operatorname{div} \mathbf{E}(x, y, z) = \frac{\partial E_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial E_y(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial E_z(x, y, z)}{\partial z}$$

## 2. 極座標

$$\operatorname{div} \mathbf{E}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 E_r(r, \theta, \phi)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sin \theta E_\theta(r, \theta, \phi)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E_\phi(r, \theta, \phi)}{\partial \phi}$$

## 3. 円筒座標

$$\operatorname{div} \mathbf{E}(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial r E_r(r, \theta, z)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\theta(r, \theta, z)}{\partial \theta} + \frac{\partial E_z(r, \theta, z)}{\partial z}$$

## 4.4.3 ポアソンの方程式

1.  $\epsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E} = \rho(x, y, z)$  に  $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V$  を代入
2. ポアソンの方程式  $\epsilon_0 \operatorname{div} \operatorname{grad} V = -\rho(x, y, z)$
3. 電荷のない場合： ラプラスの方程式  $\epsilon_0 \operatorname{div} \operatorname{grad} V = 0$   
 ¶ 歴史的にはラプラスの方程式が先

OHP - 9

## 4.4.4 いろいろな座標でのポアソンの方程式

## 1. デカルト座標

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} V(x, y, z) = -\frac{\rho(x, y, z)}{\epsilon_0}$$

## 2. 極座標

$$\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right\} V(r, \theta, \phi) = -\frac{\rho(r, \theta, \phi)}{\epsilon_0}$$

## 3. 円筒座標

OHP - 10

電磁気学のためのベクトル入門 4

電磁気学のためのベクトル入門 5

電磁気学のためのベクトル入門 6

## 4.5 宿題

### 提出フォーム

#### 4.5.1 電位と電場

原点  $O(0,0,0)$  に電荷  $+q$  の電荷がある。以下の問いに答えなさい。

1. 点  $P(x,y,z)$  に  $1\text{C}$  の試験電荷  $T$  を置いた。  $T$  の受ける力を求めなさい。ただし、  $r=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$  とする。
2.  $T$  を原点の方向に微小な距離  $dr$  動かすのに必要な仕事は

$$dV = \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) dr$$

であることを示しなさい。

ヒント：電場の向きと移動の向きは反平行。

3. 点  $P(x,y,z)$  の電位が

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

となることを示しなさい。ただし、基準点を無限遠とする。

ヒント：無限遠が基準点なので、点  $P$  の電位は  $dV$  を  $r$  について  $+\infty$  から  $r$  まで積分して求める。

#### 4.5.2 グラディエント演算子

前問で求めた電位にグラディエント演算子をかけ、点  $P$  の電場ベクトルを計算しなさい。

1. デカルト座標でのグラディエント演算子を書きなさい。
2. グラディエント演算子を電位にかけ、点  $P$  の電場ベクトルを計算しなさい。  
ヒント：まず  $V$  を  $r$  で微分し、さらに  $r$  のグラディエント  $\mathbf{r}/r$  との積を計算する。

## 第5章 導体

### 5.1 導体内の電場

#### 5.1.1 ミクロとマクロ -二つの視点-

1. ミクロの視点 複雑/理解が困難
  - 物体は原子/分子の集合
  - 原子/分子は電子/原子核の集合
2. マクロの視点 単純/理解しやすい
  - ミクロの複雑さに目をつむる
  - 粗視化による平均描像の抽出
    - ¶ 平均描像は有効!

#### OHP - 1

#### 5.1.2 平均電荷密度

1. 平均電荷密度  $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ 
  - ¶ 点  $(x, y, z)$  近傍の微小体積  $dv$  について平均
2.  $dv$  内の電荷  $\rho(x, y, z)dv = (n_+ - n_-)e$
3. 電場は  $\rho(x, y, z)dv$  の作る電場の重ね合わせ

#### OHP - 2

#### 5.1.3 導体内の電場と電荷の移動（電流）

1. キャリア <電場の力を受けて移動>
  - 金属では自由電子
  - 液体/気体では正負イオン
2. 電流 <正電荷の移動に置き換え>
  - ¶ 実際はキャリアの種類によって違う

#### OHP - 3

## 5.2 導体の電位

### 5.2.1 導体の内部 -電流のない場合-

1. 電場はゼロ
2. すべての点が等電位
3. 接触電位差 <異なる種類の導体の接触>  
¶ 接触電位差の原因は様々で複雑

## 5.3 静電誘導

### 5.3.1 導体と誘導電荷

1. 正に帯電した物を近付けると誘導電荷が発生
2. 誘導電荷 <近い側に負電荷、遠い側に正電荷>  
¶ 負に帯電の場合は逆になる
3. 導体内の電場 <いたるところで電場ゼロ>
4. 導体中の電荷の移動 <一瞬>  
¶ すぐ電流のない状態になる

#### OHP - 4

## 5.4 導体で囲まれた空間 S 内の電場

### 5.4.1 電荷のない場合

1. 導体の内壁 <等電位面>
2. 電位 <ラプラスの方程式>
3. すべての点は等電位 <導体と同電位>

#### OHP - 5

### 5.4.2 電荷のある場合

1. 導体の内壁 <等電位面>
2. 電位 <ポアソンの方程式>
3. 電位分布が生じる

#### OHP - 6

### 5.4.3 電気遮蔽

1. 電荷がなければ、S内は等電位
2. 導体外部から電荷を近付けても、S内の電位は変わらない
3. S内に電荷があっても、導体外部の電位は変わらない

#### OHP - 7

## 5.5 導体上の電荷分布

### 5.5.1 電荷分布 -ガウスの法則からの帰結-

1. 導体中では電場ゼロ、電荷密度ゼロ
2. 外部空間と内部空間にだけ電場が存在
3. 表面を境に電場は不連続
4. 電荷 <内側/外側表面にだけ分布>  
 ¶ 電場の切れ目には電荷が存在

#### OHP - 8

## 5.6 電気力管の両端

### 5.6.1 導体表面と電気力管

1. 電気力管は表面で切れる <始端/終端>
2. 表面は等電位面 <電気力管は表面に垂直>
3. 電気力管の始端/終端の電荷 <等しい大きさ、反対符号>

## 5.7 導体表面付近の電場

### 5.7.1 導体表面と電場

1. 電場は表面で途切れる
2. 電場は表面に垂直
3. 表面電荷密度  $\sigma$
4. クーロンの関係式

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{e}_n$$

¶  $\mathbf{e}_n$  は法線ベクトル

OHP - 9**5.8 宿題****5.8.1 ガウスの法則の応用**

半径  $R$  の導体球に電荷  $+Q$  を帯電させた。以下の問いに答えなさい。

1. 球の中心から  $r$  ( $\geq R$ ) 離れた点の電場を求めなさい。  
ヒント：半径  $r$  の球面にガウスの法則を応用。対称性から電場は球面に垂直。
2. 導体表面の電荷分布が一様するとき、導体表面の電荷密度はいくらか。
3. 問2の電荷密度から導体表面の電場を計算し、問1の結果と一致することを示しなさい。  
ヒント：導体表面付近にガウスの法則を応用。
4. 導体球の内側に中心が共通な半径  $R'$  ( $< R$ ) の空洞を作り、中心に点電荷  $+q$  を置いた。導体球内側表面の全誘導電荷量を求めなさい。  
ヒント：半径  $r'$  ( $R' < r' < R$ ) の球面にガウスの法則を応用。

## 第6章 導体系（その1）

### 6.1 電気鏡像

#### 6.1.1 電気鏡像法

1. ポアソン方程式の図式的特殊解法
2. 特殊解＝一般解 <単一解の定理>
3. 鏡像電荷（電気鏡像）を推定 <導体表面での境界条件>  
 ¶ 導体表面は等電位面
4.  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{真電荷}} + \mathbf{E}_{\text{鏡像電荷}}$
5. 解は導体外部でのみ有効
6. 導体表面の電荷分布 表面付近の電場から分かる

#### OHP - 1

#### 6.1.2 無限に広い接地導体平面と点電荷+q -解法の例-

1. 境界条件
  - 点 A に点電荷+q
  - 平面上 電位  $V=0$ （接地）
  - 無限遠 電位  $V=0$
2. 解法とその結果
  - 平面について面対称な点 A' に鏡像電荷-q  
 ¶ 対称性より、平面上のすべての点 P で電位ゼロ
  - $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q}$
  - 電場は平面に垂直
  - 電場の大きさは距離 AP の3乗に反比例

#### OHP - 2

## 6.2 点電荷と接地導体球

### 6.2.1 半径 $R$ の接地導体球と点電荷 $+q$

#### 1. 境界条件

- 点  $A$  に点電荷  $+q$
- 球面上：電位  $V=0$ （接地）
- 無限遠：電位  $V=0$

#### 2. 解法とその結果

- 点  $A$  と中心  $O$  を結ぶ直線上の点  $A'$  に鏡像電荷  $-q'$
- $AP:A'P=q:q'$  となる点  $P$  で電位ゼロ
- 点  $P$  はアポロニウスの球面を作る
- $d=R^2/D$   
   ¶ ここで、 $AO=D$  および  $A'O=d$
- $q'=(R/D)q$

OHP - 3 OHP - 4 OHP - 5

## 6.3 点電荷と絶縁導体球

### 6.3.1 半径 $R$ の絶縁導体球と点電荷 $+q$

#### 1. 境界条件

- 球面上：電位  $V=一定$
- 無限遠：電位  $V=0$

#### 2. 解法とその結果

- 接地導体球のときと同じ電気鏡像  $-q'$  を置く
- 中心  $O$  に電気鏡像  $+q''$  を置く
- 導体表面の電位は  $q''/(4\pi\epsilon_0 R)$  (=一定)
- 導体球上の初期電荷は  $q''-q'$  (電荷の保存則)

OHP - 6 OHP - 7

## 6.4 導体上の電荷密度

### 6.4.1 定理 1

各導体の電位が与えられると、各導体の表面電荷密度が一義的に決まる

### 6.4.2 定理 2

各導体の全電荷が与えられると、各導体の表面電荷密度が一義的に決まる

#### OHP - 8

## 6.5 コンデンサー

### 6.5.1 二つの導体系の特別な場合

1. 電気力線 「導体 A から出て導体 B で終わる」
2. A および B の電荷はそれぞれ  $+Q$  および  $-Q$   
 ¶ 電荷は符号が反対で大きさが等しい
3. AB 間の電位差  $V$  と電荷  $Q$  は比例
4. 電気容量  $C$  (比例係数)  
 $Q = CV$
5. コンデンサー/キャパシター/蓄電気

#### OHP - 9

## 6.6 宿題

### 提出フォーム

### 6.6.1 電気鏡像法の応用

接地された導体内部に半径  $R$  の球状空洞がある。空洞の中心  $O$  から距離  $d (< R)$  の点  $A$  に電荷  $+q$  を置いた。以下の問いに答えなさい。

1. 電気鏡像法で電位を求めたい。鏡像電荷  $-q'$  の位置と大きさを求めなさい。  
 ヒント：接地導体球の場合と同様にアポロニウスの円を考える。鏡像電荷  $-q'$  は線分  $OA$  の延長上の導体内にある。
2. 点  $O$  を座標原点とし、点  $A$  を  $x$  軸上にとるとき、空洞内の点  $P(x, y, z)$  における電位を求めなさい。また、導体表面がゼロ電位になっていることを示しなさい。  
 ヒント：電荷  $+q$ 、鏡像電荷  $-q'$  のそれぞれが点  $P(x, y, z)$  に作る電位の和が求める電位。
3. 空洞内の点  $P(x, y, z)$  における電場を求めなさい。  
 ヒント：問 2 で求めた電位のグラディエントを計算する。
4. 電荷  $+q$  が導体から受ける力を求めなさい。  
 ヒント：空洞内の電場は、導体がなく鏡像電荷  $-q'$  だけがある場合と同じなので、電荷  $+q$  と鏡像電荷  $-q'$  の引き合う力だけを考えればよい。



## 第7章 導体系（その2）

### 7.1 平板コンデンサー

#### 7.1.1 平行平板コンデンサーの原理

##### 1. 構造

- 2枚の導体の平行平板 A、B（面積 S）
- 間隔  $d (\ll S)$

##### 2. 境界条件

- A 上に電荷 +Q
- B 上に電荷 -Q
- $V_B = 0$ （接地）

##### 3. 電気力線 面に垂直 (A から B へ)

¶ 端の影響は無視

##### 4. 表面電荷密度 等しく、符合が逆

##### 5. 電場 AB 間にだけ局在

##### 6. 静電容量

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

OHP - 1 OHP - 2

#### 7.1.2 過渡現象 -RC 直列回路の例-

##### 1. 初期条件

- コンデンサーの電位差  $V(0) = V_0$

##### 2. 基本的関係式

- 関係1  $Q = CV$
- 関係2  $V = iR$

- 関係3

$$i = -\frac{dQ}{dt}$$

### 3. 微分方程式とその解

- 微分方程式 1 階線形微分方程式

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{CR}V = 0$$

¶ 電気回路と微分方程式のモデル

- 解 指数関数的な減衰

$$V = V_0 e^{-\frac{1}{CR}t}$$

¶ 典型的な解の挙動

## OHP - 3 OHP - 4

## 7.2 球状コンデンサー

### 7.2.1 原理

#### 1. 構造

- 導体球殻 A 半径 a
- 導体球殻 B 半径 b(>a); A と同心

#### 2. 境界条件

- A 上に電荷+Q
- B 上に電荷-Q
- $V_B=0$  (接地)

#### 3. AB間の電場

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

#### 4. A の電位

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b E dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \end{aligned}$$

## 5. 電気容量

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$$

## 6. 特殊な場合

- $b = a$   $S=4\pi a^2$ 、 $d=b-a$  の平行平板コンデンサー
- $b \rightarrow \infty$  孤立球

$$C = 4\pi\epsilon_0 a$$

OHP - 5 OHP - 6

## 7.3 円筒コンデンサー

## 7.3.1 原理

## 1. 構造

- 導体円柱 A 半径  $a$
- 導体円管 B 半径  $b(>a)$ 、A と同心

## 2. 境界条件

- A の表面電荷密度  $+\sigma$
- B の表面電荷密度  $-(a/b)\sigma$
- $V_B=0$  (接地)

## 3. AB 間の電場

$$E = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 r}$$

## 4. A の電位

$$V = \int_a^b E dr$$

$$= \frac{\sigma a}{\epsilon_0} \log \frac{b}{a}$$

## 5. 電気容量

$$C_0 = \frac{Q}{V}$$

$$= \frac{2\pi\epsilon_0}{\log \frac{b}{a}}$$

## 6. 特殊な場合

- $b > a$  単位長あたり  $S=2\pi a$ 、 $d=b-a$  の平行平板コンデンサー

OHP - 7 OHP - 8

## 7.4 コンデンサーの連結

## 7.4.1 並列

## 1. 境界条件

- 電位差  $V$  不変
- 電荷  $Q$  総和
- 関係式

$$Q_i = C_i V$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

2. 合成容量  $C = C_i$  の総和

## 7.4.2 直列

## 1. 境界条件

- 電位差  $V$  総和
- 電荷  $Q$  不変
- 関係式

$$V_i = \frac{Q}{C_i}$$

$$V = \sum_{i=1}^n V_i$$

2. 合成容量の逆数  $1/C = 1/C_i$  の総和

OHP - 9 OHP - 10

## 7.5 コンデンサーの静電エネルギー

## 7.5.1 平行平板コンデンサーの場合

1. 導体 B から A に電荷  $dq$  (微量) を繰り返し運ぶ

2. 最初は  $V_{AB}=0$  初期充電量ゼロ
3. 到達充電量  $A$  が  $+Q$ 、 $B$  が  $-Q$
4.  $dq$  を運ぶ仕事  $dw$

$$\begin{aligned} dw &= Vdq \\ &= \left(\frac{q}{C}\right) dq \end{aligned}$$

¶ 電位差  $V=V_{AB}$  のとき

5. 全仕事  $w$

$$\begin{aligned} w &= \int_0^Q dw \\ &= \int_0^Q \left(\frac{q}{C}\right) dq \\ &= \frac{Q^2}{2C} \end{aligned}$$

¶  $q=0$  から  $q=Q$  まで積分

6.  $w$  はコンデンサーの静電エネルギー  $U$  に等しい

## OHP - 11

## 7.6 静電場のエネルギー

### 7.6.1 平行平板コンデンサーの場合

1. 媒達作用の立場 「電場は "実体"」
2. コンデンサーの静電エネルギー  $U=w=u \times \text{体積}$
3. 静電エネルギー密度  $u$

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

¶ 電場の強さ  $E$  で決まる

4. 場のエネルギー  $u$  の一般化
5. コンデンサーの静電エネルギーは場に蓄えられる

## OHP - 12

## 7.7 宿題

### 提出フォーム

#### 7.7.1 平板コンデンサー

間隔が1cm、面積が $1\text{m}^2$ の平板コンデンサーがある。このコンデンサーに1Vの電圧をかけて帯電させた。以下の問いに答えなさい。

- このコンデンサーの電気容量を求めなさい。  
ヒント：公式を使う。
- 各極板に誘起されている電荷の総量を求めなさい。  
ヒント：公式を使う。
- コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーを求めなさい。  
ヒント：公式を使う。
- 極板の内側表面にできる電場の向きと大きさを求めなさい。  
ヒント：問2で求めた電荷から、表面の電荷密度を求める。公式を利用。
- 極板の引き合う力を求めなさい。  
ヒント：一方の極板上の電荷が他方の極板上の電荷と引き合う力を求める。問4で求めた極板表面の電場の半分は極板上の電荷が作る電場なので、その電荷自身には作用しない。したがって、実際に作用する電場（有効電場）は極板表面の電場の残りの半分となる。
- 電圧はそのまま、極板の間隔を0.1mm広げるのに必要な仕事を求めなさい。  
ヒント：問5で求めた力をもとに考える。(0.1mm広げても、この力は同じと考えて良い。)
- 0.1mm広げた後の、コンデンサーの静電エネルギーを求めなさい。さらに、問3で求めたものと比較し、エネルギー保存則が成り立つことを示しなさい。  
ヒント：エネルギーの変化を与えるのは外から加える仕事だけである。したがって、外から加える仕事はコンデンサーの静電エネルギーを増加させる。

## 第8章 誘電体（その1）

### 8.1 小体積内の点電荷群

#### 8.1.1 原点O近傍の点電荷群の作る電場

1. 点  $A_i(\mathbf{a}_i)$  に電荷  $q_i$
2. 点  $P(\mathbf{r})$  の電位

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{a}_i)^2}}$$

¶ クーロンの法則と重ね合わせの原理

3.  $a_i \ll r$  のときの近似式

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \sum_i \left\{ q_i + q_i \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_i)}{r} \frac{1}{r} + q_i \left( \frac{3}{2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_i)^2}{r^2} - \frac{1}{2} \mathbf{a}_i^2 \right) \frac{1}{r^2} + \dots \right\}$$

¶  $a_i/r$  でテイラー展開

OHP - 1 OHP - 2 OHP - 3 OHP - 4

### 8.2 電気双極子

#### 8.2.1 原理

1. 適用条件

- 電荷の総和（0次のモーメント）がゼロ
- 双極子モーメント  $\mu$ （1次のモーメント）が存在

2. 点  $P(\mathbf{r})$  の電位

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \sum_i q_i \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_i)}{r} \frac{1}{r} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\mu})}{r} \frac{1}{r} \\ \boldsymbol{\mu} &= \sum_i q_i \mathbf{a}_i \end{aligned}$$

## 3. 特別な場合

- 2個の点電荷  $+q$  と  $-q$
- 距離  $2l$
- 点  $P(\mathbf{r})$  の電位

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{(\mathbf{r} \cdot 2q\mathbf{l})}{r}$$

- 点  $P(\mathbf{r})$  の電場

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -\text{grad } V(\mathbf{r}) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \left( \frac{3(\mathbf{r} \cdot 2q\mathbf{l})}{r} \frac{\mathbf{r}}{r} - 2q\mathbf{l} \right) \end{aligned}$$

OHP - 5 OHP - 6

## 8.3 電気四重極

## 8.3.1 原理

## 1. 適用条件

- 電荷の総和と双極子モーメントがゼロ
- 四重極モーメント (2次のモーメント) が存在

2. 点  $P(\mathbf{r})$  の電位

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \sum_i q_i \left( \frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}_i)^2}{r^2} - \frac{1}{2} \mathbf{a}_i^2 \right)$$

## 3. 特別な場合

- 2個の電気双極子  $+q\mathbf{l}$  と  $-q\mathbf{l}$
- 原点  $O$  を挟んで1直線 ( $x$  軸) 上にある
- 点  $P(\mathbf{r})$  の電位

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \left( 3 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{l})^2}{r^2} - l^2 \right)$$

- 点  $P(\mathbf{r})$  の電場

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -\text{grad } V(\mathbf{r}) \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q(\mathbf{r} \cdot \mathbf{l})}{r^5} \left( 5 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{l})}{r} \frac{\mathbf{r}}{r} - \mathbf{l} \right) \end{aligned}$$

OHP - 7 OHP - 8

## 8.4 分子の極性

### 8.4.1 基本的性質

1. 電荷の総和はゼロ
2. 結合の種類
  - イオン結合 大きな双極子モーメント
  - 共有結合 小さな双極子モーメント
3. 極性分子と非極性分子
4. 電場による影響 極性分子化

OHP - 9 OHP - 10

## 8.5 分極

### 8.5.1 分子集団の分極

1. 電場のない場合 全体として分極ゼロ
2. 電場のある場合
  - 非極性分子は誘発分極
  - 全体として電場方向に分極 配向
3. 電気分極 双極子モーメントの密度

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \boldsymbol{\mu}}{\delta V}$$

4. 分極線と分極管

OHP - 11 OHP - 12

## 8.6 分極電荷

### 8.6.1 分極電荷と真電荷

1. 分極電荷
  - 体積密度

- 表面密度
- 2. 分極電荷 分子内での電子移動
- 3. 真電荷 導体内を自由に移動
  - ¶ 導体内の自由電子

OHP - 13 OHP - 14

## 8.7 宿題

提出フォーム

### 8.7.1 電気双極子モーメント

NaCl分子は+1 価の Na イオンと-1 価の Cl イオンが距離  $a=2.4 \times 10^{-10}\text{m}$  の間隔をおいてイオン結合している。以下の問いに答えなさい。ただし、各イオンはその中心にそれぞれ+e (電気素量  $1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ ) および-e の電荷を持って引き合っていると考えてよい。

1. 2つのイオンの間に働く引力 [N] を求めなさい。  
ヒント： 公式を使う。
2. NaCl 分子の持つ電気双極子モーメント [mC] を求めなさい。  
ヒント： 公式を使う。
3. NaCl 分子を電場  $1 \times 10^4\text{V/m}$  の中に置くと、電気双極子モーメントを電場方向に向けようとする復元力が働く。復元力について、力のモーメントを求めよ。ただし、電場と電気双極子モーメントのなす角度を  $\theta$  とする。  
ヒント： 2原子の中心を結ぶ直線の中点を基準にして考える。力の作用点までの腕の長さは  $(a/2)\sin\theta$  となる。力の符号は角度  $\theta$  の増加する方向を正にとる。
4. 角加速度  $\alpha_\theta$  は力のモーメントを慣性モーメント  $(M_{Na}+M_{Cl})(a/2)^2$  で割ったものである ( $M_{Na}$  と  $M_{Cl}$  はそれぞれ Na 原子と Cl 原子の質量)。角度  $\theta$  についての運動方程式を求め、単振り子の式と同型であることを示しなさい。  
ヒント： 単振り子の式は  

$$\alpha_\theta = d^2\theta/dt^2 = -\omega^2\theta$$
 である。
5. NaCl 分子は復元力によって単振動する。その周期を求めなさい。  
ヒント： 単振り子の周期は  

$$T = 2\pi/\omega$$
 である。

## 第9章 誘電体（その2）

### 9.1 誘電体に基づく電場

#### 9.1.1 電場内の導体と誘電体

1. 真電荷  $q$
2. 分極電荷  $q_v'$ （内部）、 $q_s'$ （表面）
3. 合成電場  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(q) + \mathbf{E}(q_v') + \mathbf{E}(q_s')$

OHP - 1

#### 9.1.2 電場の関数としての電気分極

1. 電気分極  $\mathbf{P}$  は電場  $\mathbf{E}$  に比例
2. 電気感受率  $\chi_e$   
 (定義)  $\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E}$   
 ¶ 異方性物質では  $\chi_e$  は行列
3. 電場  $\mathbf{E}$  と外部電場  $\mathbf{E}_0$   
 (定義)  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{P} / \epsilon_0$

OHP - 2 OHP - 3 OHP - 4

### 9.2 電束密度

#### 9.2.1 誘電体があるときのガウスの法則

1. 境界条件
  - 誘電体を閉曲面  $S$  で切り取る
  - $S$  内の誘導電荷の総和はゼロ
2. 境界面上の電荷密度  $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{n})$   
 ¶  $\mathbf{n}$  は法線ベクトル
3. 境界面上の電荷密度で生じる付加電場

$$\mathbf{E}(q_w') = \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}$$

4. 境界面上の電場  $\mathbf{E}_S = \mathbf{E} + \mathbf{P} / \epsilon_0$
5. 電束密度  $\mathbf{D}$   
(定義)  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_S = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$
6. 拡張されたガウスの法則

$$\int (\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}) dS = \sum q$$

OHP - 5 OHP - 6

## 9.3 誘電率

### 9.3.1 電場、電気分極、電束密度

1.  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{D}$  すべて同じ方向  
 ¶ 異方性物質では違う
2. 誘電率  $\epsilon$   
(定義)  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$
3. 比誘電率  $\epsilon_r$   
(定義)  $1 + \chi_e = \epsilon_r$  ,  $\epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon$
4. ガウスの法則

$$\int \epsilon (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) dS = \sum q$$

OHP - 7

## 9.4 帯電体と誘電体

### 9.4.1 導体表面付近が誘電体で満たされている場合

1. 電場と分極電荷 (ガウスの法則)  
 $\epsilon_0 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) = \sigma + \sigma'$   
 ¶  $\sigma$  (導体表面)、 $\sigma'$  (誘電体表面)  
 ¶ 導体表面を挟んだ厚さの無視できる微小な円柱を考える
2. 表面に働く張力  $p = \sigma(\sigma + \sigma') / 2\epsilon_0$

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sigma^2}{2\epsilon} \\ &= \frac{\epsilon \mathbf{E}^2}{2} \end{aligned}$$

¶  $\epsilon_0 \mathbf{E} = \sigma + \sigma'$  および  $\epsilon \mathbf{E} = \sigma$  から  $\sigma + \sigma' = (\epsilon_0 / \epsilon) \sigma$

### 9.4.2 その他の性質

1. 誘電体と誘電体の境界 電気力線の屈折
2. 誘電体中の2つの帯電体間に働く力  $\epsilon_0$  を  $\epsilon$  に置き換える

OHP – 8 OHP – 9

## 9.5 誘電体と電気容量

### 9.5.1 平行平板コンデンサーの場合

1. 導体平板 A、B (面積 S) に電荷 +Q、-Q
2. 隙間の電場

$$\mathbf{E}_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

3. 誘電体内部の電場

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{\epsilon S}$$

4. AB間の電位差

$$V = Et + E_0(d-t)$$

5. コンデンサーの容量

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

¶ t=d のとき

6. コンデンサーの静電エネルギー

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

7. 誘電体内の静電エネルギー密度

$$u = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

OHP – 10 OHP – 11

## 9.6 実用コンデンサー

### 9.6.1 さまざまなタイプの実用コンデンサー

1. マイカコンデンサー

2. ペーパーコンデンサー
3. プラスチックコンデンサー
4. セラミックコンデンサー
5. 電解コンデンサー

## 9.7 宿題

### 提出フォーム

#### 9.7.1 導体、誘電体、コンデンサー

間隔が1cm、面積が $1\text{m}^2$ の平板コンデンサーがある。このコンデンサーに1Vの電圧をかけて帯電させた。以下の問いに答えなさい。

1. このコンデンサーの極板間に面積 $1\text{m}^2$ 、厚さ0.8cmの導体板を挿入した。導体板とコンデンサーの各極板の間隔はそれぞれ0.1cmであった。
  - (a) 挿入前と挿入後のコンデンサーの容量を求めなさい。  
ヒント：挿入後は直列結合した2つのコンデンサーになったと考える。公式を使う。
  - (b) 挿入前と挿入後のコンデンサーの静電エネルギーを求めなさい。  
ヒント：公式を使う。
  - (c) 導体板を極板と極板の隙間に近づけたとき、導体板は吸い込まれるか、それとも押し戻されるか。理由を付けて答えなさい。  
ヒント：挿入前と挿入後のコンデンサーの静電エネルギーの差を考える。（押し出されるのに抗して）導体板が仕事をする場合には静電エネルギーは増加し、（吸い込まれるのに従って）導体板が仕事を受ける場合には静電エネルギーは減少する。
2. このコンデンサーの極板間に面積 $1\text{m}^2$ 、厚さ1cm、比誘電率4の誘電体の板を隙間のないよう挿入した。
  - (a) 挿入前と挿入後のコンデンサーの容量を求めなさい。  
ヒント：誘電率が変わることを考える。公式を使う。
  - (b) 挿入前と挿入後のコンデンサーの静電エネルギーを求めなさい。  
ヒント：公式を使う。
  - (c) 誘電体板を極板と極板の隙間に近づけたとき、誘電体板は吸い込まれるか、それとも押し戻されるか。理由を付けて答えなさい。  
ヒント：挿入前と挿入後のコンデンサーの静電エネルギーの差を考える。（押し出されるのに抗して）誘電体板が仕事をする場合には静電エネルギーは増加し、（吸い込まれるのに従って）誘電体板が仕事を受ける場合には静電エネルギーは減少する。

## 第10章 定常電流

### 10.1 電流

#### 10.1.1 電流の担体

1. 金属 自由電子
2. 半導体 電子、正孔
3. 電解質溶液 正イオン、負イオン
4. 気体 正イオン、負イオン、電子

OHP - 1

### 10.2 導線を流れる定常電流

#### 10.2.1 いくつかの特徴

1. 担体は導線（断面積  $S$ ）内の自由電子（密度  $N$ ）
2. 電場  $E$  のない状態では熱運動
3.  $E$  がかけると熱運動しながら  $-E$  方向に流動
4. 電流は流動速度  $v$  に比例  $i = eNvS$
5. 熱運動の速度  $\gg$  流動速度

OHP - 2

### 10.3 オームの法則

#### 10.3.1 コンダクタンス/電気抵抗

1. 電流  $i$  は両端にかかる電圧  $V$  に比例
2. コンダクタンス  $G$   
 $i = GV$
3. 電気抵抗  $R$   
 $i = V/R$
4. 直線型抵抗体

OHP - 3

## 10.4 電気伝導率

### 10.4.1 体積抵抗率/電気伝導率/電流密度

1. 導線の抵抗 <長さ  $l$  に比例、断面積  $S$  に反比例>

2. 体積抵抗率  $\rho$

$$R = \rho(l/S)$$

3. 電気伝導率

$$g = 1/\rho$$

4. 電流密度

$$J = i/S$$

5. オームの法則の別の表現

$$J = gE$$

OHP - 4 OHP - 5

## 10.5 非直線性抵抗

### 10.5.1 ダイオード素子

1. 真空管

2. 点接触半導体ダイオード

3. PN 接合半導体ダイオード

4. 江崎ダイオード

5. 整流作用

OHP - 6

## 10.6 電圧降下

### 10.6.1 抵抗と電圧降下

1. 定常電流  $i$

2. 抵抗  $R$

3. 電圧降下  $V = iR$

4. 電源 <外部抵抗と内部抵抗>

OHP - 7

## 10.7 キルヒホッフの法則

### 10.7.1 回路網における保存則

#### 1. 第一法則 <電荷の保存>

「一つの分岐点に入る電流の総和はゼロ」

$$\sum_k i_k = 0$$

#### 2. 第二法則 <電圧の保存>

「任意の閉回路で、電流 × 抵抗の総和は起電力の総和」

$$\sum_k i_k R_k = \sum_l E_l$$

OHP - 8

## 10.8 宿題

提出フォーム

### 10.8.1 金属の電気伝導

長さ 1m、直径 0.5mm の銅の導線の両端に 0.1V の電池を接続したところ、導線には 1.2A の電流が流れた。以下の問いに答えなさい。

1. 銅の体積抵抗率  $\rho$  を求めなさい。

ヒント：公式を使う。

2. 金属結合をしている銅原子からは 1 個の価電子が自由電子として取り出される。この導線の自由電子密度  $N$  を求めなさい。ただし、導線の密度は  $9.0\text{g/cm}^3$ 、銅の原子量は 64 である。

ヒント：原子 1 個あたり 1 個の自由電子なので、単位体積あたり原子がいくつあるか（数密度）考える。

3. このとき、導線中の自由電子の流動速度  $v$  はいくらか。

ヒント：公式を使う。

4. また、導線中の自由電子の移動度  $\mu$  はいくらか。

ヒント：導線中の電場（均一とする）を計算する。公式を使う。

### 10.8.2 抵抗の直列接続と並列接続

キルヒホッフの法則を応用して、次の各場合について合成抵抗  $R$  を表す式を導きなさい。

1. 抵抗  $R_1, R_2, \dots, R_n$  を直列に接続。  
ヒント：第二法則で考える。
2. 抵抗  $R_1, R_2, \dots, R_n$  を並列に接続。  
ヒント：第一法則と第二法則で考える。